

LIVRET DE MATHÉMATIQUES

Entrée en seconde 2018

Pourquoi ce livret ?

Les vacances d'été sont longues et la mise en route en septembre souvent difficile !

Afin de mieux préparer cette rentrée, ce livret reprend un ensemble de notions indispensables pour entamer la seconde dans de bonnes conditions en mathématiques.

Comment utiliser ce livret ?

Ne faites surtout pas tout le livret d'un seul coup !

Les exercices seront effectués sur un cahier grand format à remettre dès la rentrée à votre professeur de mathématiques. Ce cahier vous servira ensuite de premier cahier de mathématiques pour l'année de seconde.

Le travail sera-t-il noté ?

Non, pas directement ! Mais, en septembre ou octobre, une évaluation notée aura lieu et portera sur les notions travaillées dans ce livret.

Attention soignez votre rédaction.

Puis-je utiliser ma calculatrice ?

Travaillez au maximum sans calculatrice ; les évaluations se feront généralement sans calculatrice.

J'ai oublié une formule, un théorème, ...

Consultez votre cahier de cours de troisième.

Comment vérifier mes réponses et ma rédaction ?

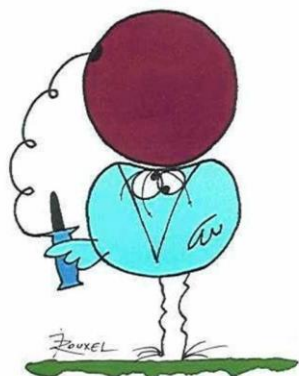
Une correction polycopiée sera distribuée à la rentrée.

Cependant, pour qu'une correction soit efficace, les questions doivent venir de vous, de vos besoins issus de votre travail. Aussi, vous êtes fortement invités à poser toutes vos questions à votre professeur de mathématiques dès la rentrée.

Dois-je faire tous les exercices ?

Il est fortement conseillé de tous les chercher et de rédiger correctement les réponses. C'est en particulier pour cela qu'il est préférable de travailler sur **2 ou 3** semaines afin de répartir le travail.

Les devises Shadok

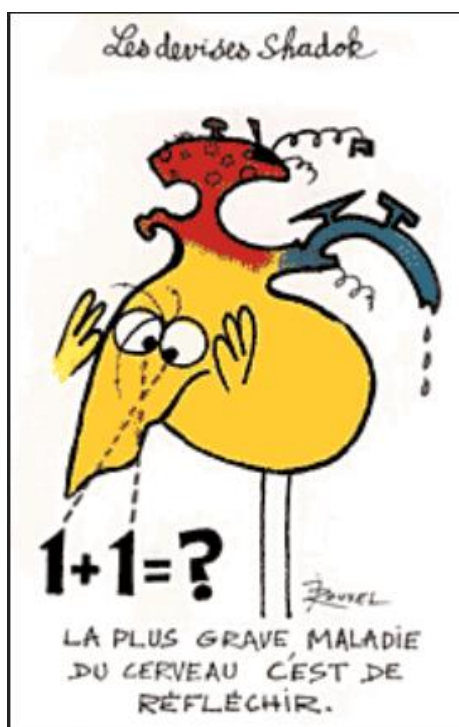


EN ESSAYANT CONTINUUELLEMENT
ON FINIT PAR RÉUSSIR. DONC :
PLUS ÇA RATE, PLUS ON A
DE CHANCES QUE ÇA MARCHE.

Toute l'équipe de mathématiques vous souhaite de belles vacances !

SOMMAIRE

| | |
|---|------------|
| Partie 1 : Calcul numérique..... | p.3 |
| Partie 2 : Calcul littéral..... | p.4 |
| Partie 3 : Equations et inéquations..... | p.5 |
| Partie 4 : Fonctions..... | p.6.7.8 |
| Partie 5 : Géométrie..... | p.9.10.11 |
| Partie 6 : Algorithmique..... | p.12 |
| Partie 7 : Probabilités et statistiques..... | p.13.14.15 |



Partie 1 : Calcul numérique

Exercice 1 : Calculer les expressions suivantes, en donnant les résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \left(3 + \frac{5}{7}\right) \times 7$$

$$B = \frac{-8}{45} \times \frac{27}{32}$$

$$C = \frac{1}{2} - \left(3 - \frac{5}{7}\right)$$

$$D = \frac{8}{5} : 2 \times \frac{3}{10}$$

$$E = \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{2}\right) \times \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

$$F = \frac{-28}{27} : \frac{-12}{9}$$

$$G = \frac{5}{14} - \frac{-2}{7} \times \frac{21}{20}$$

$$H = \frac{5}{3} + \frac{2}{3} : \left(\frac{-3}{5}\right) - \frac{1}{3}$$

Exercice 2 : Exprimer et calculer le quotient de l'opposé de $\frac{2}{7}$ par l'inverse de $\frac{-3}{5}$.

Exercice 3 : Le tiers de la surface d'un jardin est recouvert de fleurs, le sixième par des arbustes et le reste par de la pelouse.

Sachant que la surface du jardin est de 450 m^2 , calculer la surface de la partie du jardin recouvert par la pelouse.

Exercice 4 : On donne $x = \frac{-1}{3}$ et $y = \frac{6}{5}$.

Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction simplifiée : $A = -x^2 + x - 3$, $B = \frac{x-y}{x+y}$

et $C = \frac{1}{x} - \frac{y}{3}$.

Exercice 5 : Ecrire sous la forme d'une fraction la plus simple possible :

$$A = \frac{b^2}{a^5} \times \frac{a^7}{b^3}$$

$$B = \frac{b^2}{a^5} \div \frac{a^7}{b^3}$$

$$C = \frac{a^3}{b^2} \times \frac{3a^2}{b} \times \frac{b^7}{2a^4}$$

Exercice 6 : Ecrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance d'un seul nombre :

$$A = 6^2 \times 6^5 \times 6^{-4}$$

$$B = \frac{5^{-3}}{5^3}$$

$$C = 2^4 \times 5^4$$

$$D = ((-3)^2)^4$$

Exercice 7 : Dans tout l'exercice, les calculs sont à détailler.

1) Soit $A = \frac{100 \cdot 10^{-7}}{(10^2)^6 \cdot 0,001}$. Exprimer A sous la forme d'une puissance de 10.

2) Soit $B = \frac{2^6 \times (6^{-2})^3}{6^3 \times (2^{-3})^{-1} \times 6^4}$. Exprimer B sous la forme d'un produit de puissances de 2 et de 3.

Exercice 8 :

1) Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une écriture décimale.

$$A = 10^8 + 10^5 + 10^2 + 10^{-1} + 10^{-4}$$

$$B = \frac{7 \times 10^{-12} \times 4 \times (10^5)^2}{2 \times 10^{-4}}$$

2) Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une écriture scientifique.

$$A = 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$$

$$B = \frac{3,2 \times 10^{-3} \times 5 \times (10^2)^{-3}}{4 \times 10^{-2}}$$

Partie 2 : Calcul littéral

Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A(x) = x^2 + (x + 3)(x - 3)$$

$$C(x) = 2x - 5(4x + 3) + (5x - 3)(x - 4)$$

$$E(x) = (6x - 1)^2 - 8x(-x + 3)$$

$$B(x) = (3x - 2)^2 - 4(x - 1)^2$$

$$D(x) = -2(5x - 4)$$

$$F(x) = (3 - 5x)(3 + 5x) - (2x - 1)^2$$

Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes :

$$A(x) = 9x^2 - (x - 1)^2$$

$$C(x) = (2x - 5)(4x + 3) - (5x - 3)(2x - 5)$$

$$E(x) = (6x - 1)^2 - (6x - 1)$$

$$B(x) = (3x - 2)^2 - 4(x - 1)^2$$

$$D(x) = (5x - 4)(1 - 2x) - (1 - 2x)^2$$

$$F(x) = (3 - 5x)^2 + x(3 - 5x) - 2(5x - 3)$$

Partie 3 : Equations et inéquations

Exercice 1 : Le nombre $-\frac{2}{5}$ est-il solution de l'équation $4x^2 + 7x - 1 = x(4x + 2) - 3$?

Exercice 2 : Résoudre les équations suivantes :

(a) $4x + 7 = 2x + 13$

(b) $2(3x + 1) = 4x - 2$

(c) $\frac{4x+3}{5} - \frac{x-5}{2} = \frac{x-2}{2} + 2$

(d) $\frac{1}{3}(x-3) - \frac{1}{6}(2x+3) = \frac{7}{2}x$

(e) $5x = 0$

(f) $\frac{x}{5} = \frac{-7}{3}$

(g) $(x-2)^2 = 25$

(h) $4x^2 - 5x = 0$

(i) $x^2 = 50$

(j) $(x+2)^2 - 16 = 0$

(k) $(x-1)(2-x) - 3(2-x) = 0$

(l) $(2x-3)^2 = -1$

(m) $(2x-1)^2 - 9(4-x)^2 = 0$

(n) $81x^2 - 18x + 1 = 0$

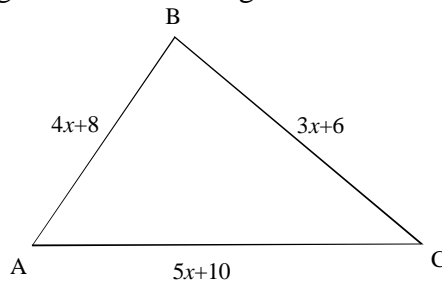
Exercice 3 : Résoudre les inéquations suivantes et représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée :

a) $-7x - 8 > 3x + 2$

b) $4 + 6(x-3) \leq 6 - 2(x-4)$

c) $3x + 5 > -\frac{7}{9}$

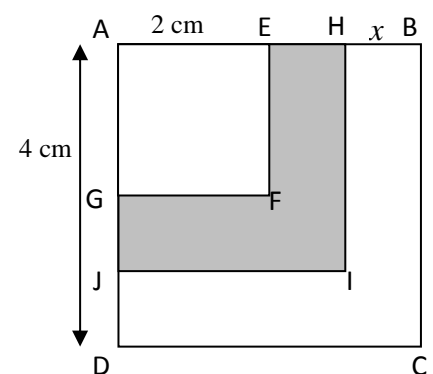
Exercice 4 : Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.



Exercice 5 : Dans la figure ci-contre AIEG, AHIJ, ABCD sont des carrés.

AE = 2 cm ; HB = x cm et AD = 4 cm

- 1) Exprimer AH en fonction de x.
- 2) En déduire l'aire de AHIJ en fonction de x.
- 3) Justifier que l'aire de la partie colorée est égale à $(4-x)^2 - 2^2$.
- 4) Pour quelle(s) valeur(s) de x, l'aire de la partie colorée est égale à 12 cm^2 ?



Exercice 6 : Les points A, I et C sont alignés dans cet ordre.

Les points D, I et F sont alignés dans cet ordre.

On donne $IF = 7$; $IC = 5x$; $ID = 12$ et $IA = 7x + 5$.

Déterminer la valeur de x pour laquelle les droites (FC) et (DA) sont parallèles.

Partie 4 : Fonctions

Exercice 1

Pour chaque fonction, associer sa définition et sa notation.

| Définition | | | Notation |
|--|---|---|-----------------------------|
| La fonction qui, à un nombre, associe, son inverse | • | • | $f : x \mapsto x^2$ |
| La fonction qui, à un nombre, associe, son carré | • | • | $f : x \mapsto -x$ |
| La fonction qui, à un nombre, associe, son double | • | • | $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ |
| La fonction qui, à un nombre, associe, son opposé | • | • | $f : x \mapsto 2x$ |

Exercice 2

On considère une fonction f telle que :

$$f : 1 \mapsto 0 \quad f : 0 \mapsto 2$$

On note C la courbe représentative de cette fonction, dans le plan muni d'un repère.

Entourer la bonne réponse :

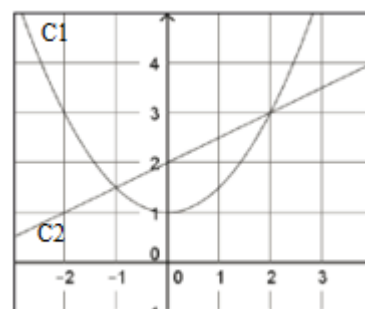
| | | | | |
|-----------|---|------|------|----------------|
| 1 | L'image de 2 par la fonction f est 0. | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 2 | L'image de 0 par la fonction f est 2. | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 3 | Un antécédent de 0 par la fonction f est 1. | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 4 | Un antécédent de 1 par la fonction f est 0. | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 5 | Un nombre dont l'image est 0 par la fonction f est 1. | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 6 | 1 a pour image 0 par la fonction f . | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 7 | Un nombre dont l'image est 2 par la fonction f est 0. | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 8 | 2 a pour antécédent 0 par la fonction f . | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 9 | 0 a pour antécédent 2 par la fonction f . | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 10 | 1 a pour image 0 par la fonction f . | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 11 | 0 a pour image 1 par la fonction f . | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 12 | Le point de coordonnées (0 ; 2) appartient à C . | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 13 | Le point de coordonnées (0 ; 1) appartient à C . | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |
| 14 | Le point de coordonnées (2 ; 0) appartient à C . | VRAI | FAUX | ON NE SAIT PAS |

Exercice 3

Sur le graphique ci-contre, la courbe $C1$ représente la fonction g et la courbe $C2$ la fonction f .

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

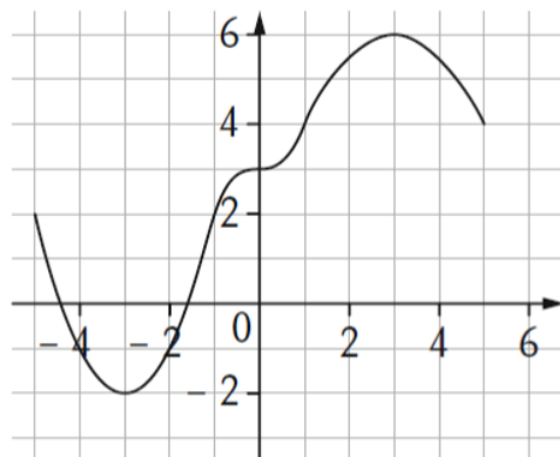
- 1) Quelle est l'image de -2 par la fonction g ?
- 2) Quels sont les antécédents de 3 par la fonction g ?
- 3) Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = g(x)$? Quelle est l'image de ces valeurs par f et g ?



Exercice 4

On a tracé, dans le repère ci-contre, la représentation graphique d'une fonction g .

- Déterminer graphiquement les images des nombres suivants par la fonction g :
a) -4 b) -1 c) 0 d) 5
- Déterminer graphiquement les antécédents des nombres suivants par la fonction g :
a) -2 b) -1 c) 2



Exercice 5

Voici deux fonctions : $f(x) = 10 - 3x$ $g(x) = 4x^2 + 1$

- Déterminer l'image de -4 par la fonction f .
- Déterminer l'antécédent de 34 puis de 112 par la fonction f .
- Déterminer l'image de 3 par la fonction g .
- Déterminer le ou les antécédents de 17 par la fonction g .

Exercice 6

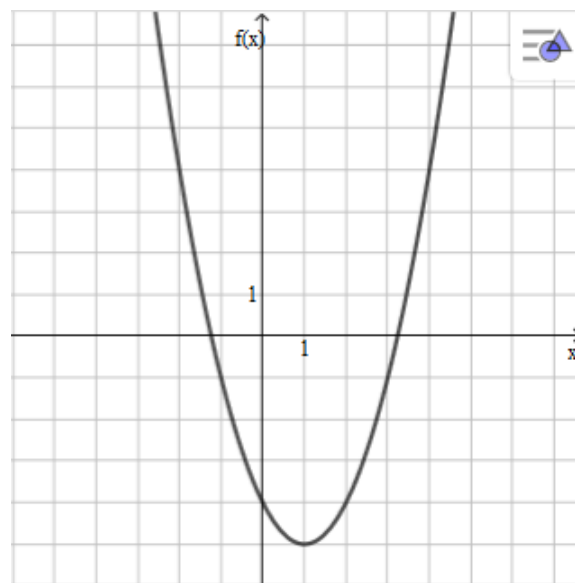
Le graphique ci-contre représente la fonction f définie pour tout nombre x par : $f(x) = (x - 1)^2 - 5$

Résolution par lecture graphique :

- Quelles sont les images des nombres -2 et 4 ?
- Quels sont les antécédents par f du nombre -4 ?
- Le nombre -5 admet-il des antécédents ?

Résolution par le calcul :

- Calculer l'image par f de 0 et de 2 . Quel résultat retrouve-t-on ?
- a) Montrer que rechercher les antécédents par f de 20 revient à résoudre l'équation $(x - 1)^2 - 25 = 0$.
b) Montrer que, pour tout nombre x , on a : $(x - 1)^2 - 25 = (x - 6)(x + 4)$.
c) En déduire les antécédents de 20 par f .

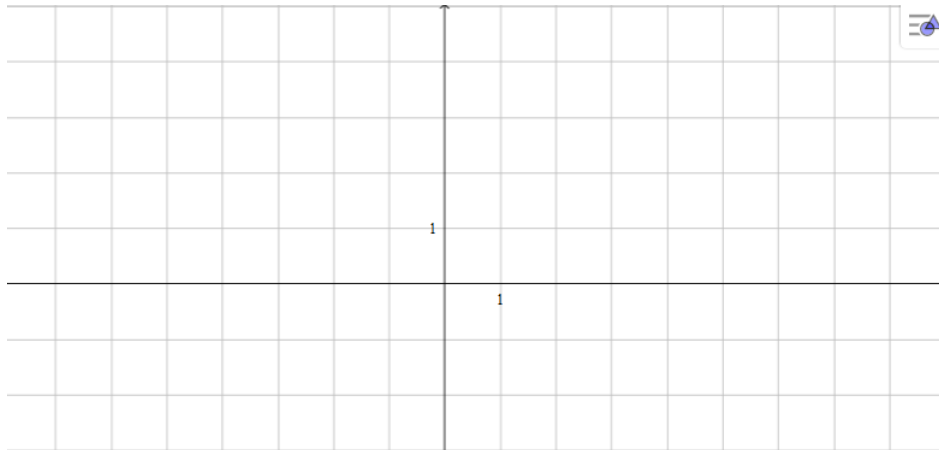


Exercice 7

Les droites (d) et (d') sont les représentations graphiques des fonctions affines f et g telles que :

$$f(x) = \frac{1}{3}x + 2 \qquad g(x) = x - 2$$

- 1) Tracer les droites (d) et (d').
- 2) Lire les coordonnées de leur point d'intersection M.
- 3) Vérifier par le calcul que M appartient à chacune des droites (d) et (d').



Partie 5 : Géométrie

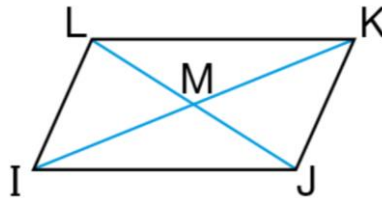
Exercice 1 :

IJKL est un parallélogramme tel que : $IJ = 3 \text{ cm}$; $IL = 1,5 \text{ cm}$; $IK = 4,2 \text{ cm}$

Donner, lorsque cela est possible, la longueur :

- JK
- LK
- MI
- LJ

Justifier vos réponses.



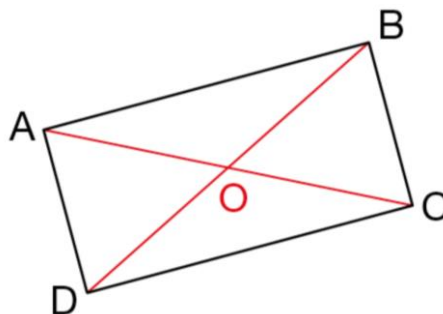
Exercice 2 :

ABCD est un parallélogramme de centre O tel que $AC = 7,2 \text{ cm}$ et $OD = 3,6 \text{ cm}$.

Ce parallélogramme est-il particulier ?

Si oui, quelle est sa nature ?

Justifier la réponse.



Exercice 3 :

- Placer trois points A, B et C non alignés.
- Avec le compas uniquement, construire le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

Exercice 4 :

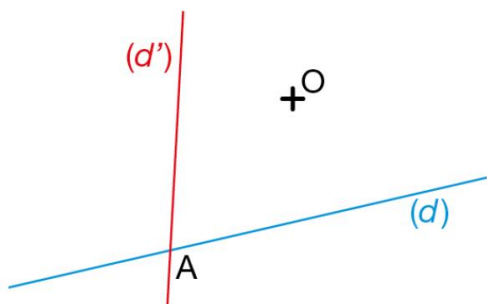
EFGH est un parallélogramme tel que : $EF = 7 \text{ cm}$; $EG = 8 \text{ cm}$; $FH = 10 \text{ cm}$

- Réaliser une figure à main levée et noter O le point d'intersection des diagonales. Coder les données de l'énoncé.
- Construire un tel parallélogramme EFGH.

Exercice 5 :

(d) et (d') sont deux droites sécantes en A et O est un point qui n'appartient ni à (d) ni à (d').

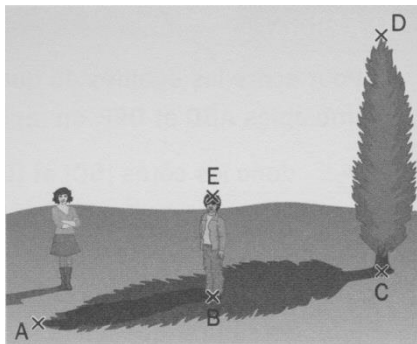
Construire un parallélogramme ABCD de centre O avec B point de (d) et D point de (d').



Exercice 6 :

Construire un triangle RST tel que $RS = 7,2$ cm ; $ST = 5,4$ cm et $RT = 9$ cm.
Le triangle RST est-il rectangle ? Justifier.

Exercice 7

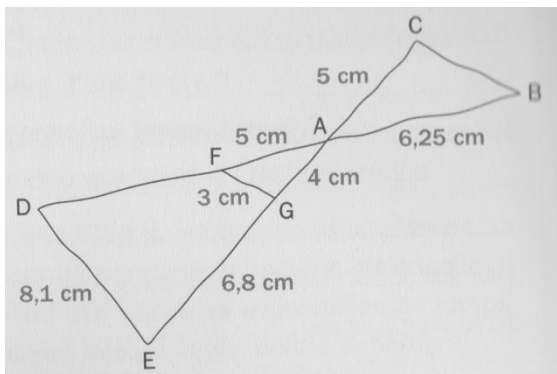


Jenny et Luc veulent connaître la hauteur du peuplier du parc. Luc s'est placé dos à l'arbre et a fait coïncider la limite de l'ombre de sa tête avec la limite de l'ombre du sommet de l'arbre. Jenny a mesuré alors les distances AB et BC.

La taille de Luc est 1,75 m. Jenny a mesuré $AB = 3,3$ m et $BC = 15,4$ m.

- Faire un schéma modélisant cette situation.
- Calculer, au centimètre près, la hauteur DC de l'arbre.

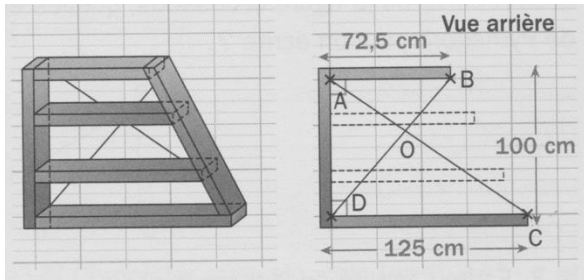
Exercice 8 :



Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessus a été faite à main levée.
Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C.
De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

- Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.
- Calculer la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].
- Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

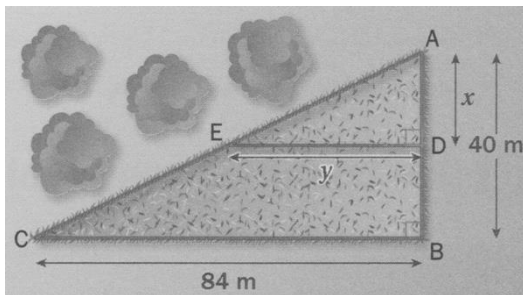
Exercice 9 :



Eugénie a fait le croquis de sa future bibliothèque qu'elle veut réaliser avec des planches de 5 cm d'épaisseur. Elle doit commander les tiges métalliques pour les croisillons, [AC] et [BD], sur mesure.

- Calculer les longueurs de ces croisillons.
- Les tiges métalliques doivent être percées en usine. Dans sa commande, Eugénie précise que le trou O doit se trouver à 54 cm de A et à 40,5 cm de B pour que les étagères soient parallèles. Vérifier ses calculs.

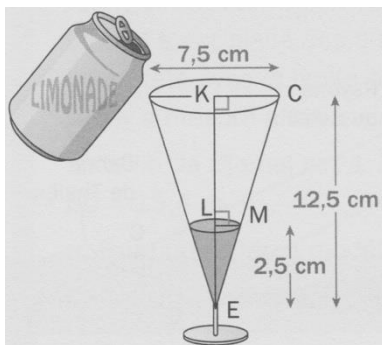
Exercice 10 :



Frédérique voudrait partager son terrain en deux parcelles AED et CBDE de même aire.

- Calculer l'aire totale de ce terrain.
- Montrer que $y = 2,1 x$.
- En exprimant l'aire du triangle AED, prouver que $xy = 1680$.
- Déduire des questions précédentes la valeur de x (arrondir le résultat au dm près).

Exercice 11 :



Rémi a déjà versé 2,5 cm de sirop de grenadine dans son verre. Peut-il y ajouter la totalité des 15 cL de sa canette de limonade ?

Partie 6 : Algorithmique

Exercice 1

Voici un script :

- 1) Que vaut la variable *nombre de vies* après avoir appuyé sur la touche « a » ?
- 2) Que vaut la variable *nombre de vies* après avoir appuyé trois fois de suite sur la touche « a » ?



Exercice 2

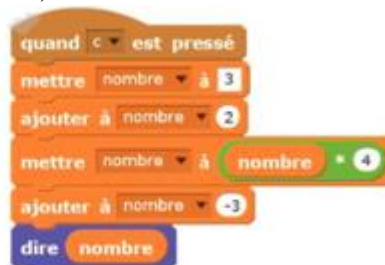
- 1) Quel est le nom de la variable utilisée dans le programme ci-contre ?
- 2) Malika appuie sur la touche *espace*.
 - a) Que vaut la variable pendant les cinq premières secondes ?
 - b) Que vaut la variable à partir de la sixième seconde ?
- 3) Après avoir appuyé sur la touche *espace* et attendu cinq secondes, Malika clique trois fois sur le drapeau vert. Que vaut alors la variable ?



Exercice 3

Qu'affiche le lutin si l'utilisateur appuie :

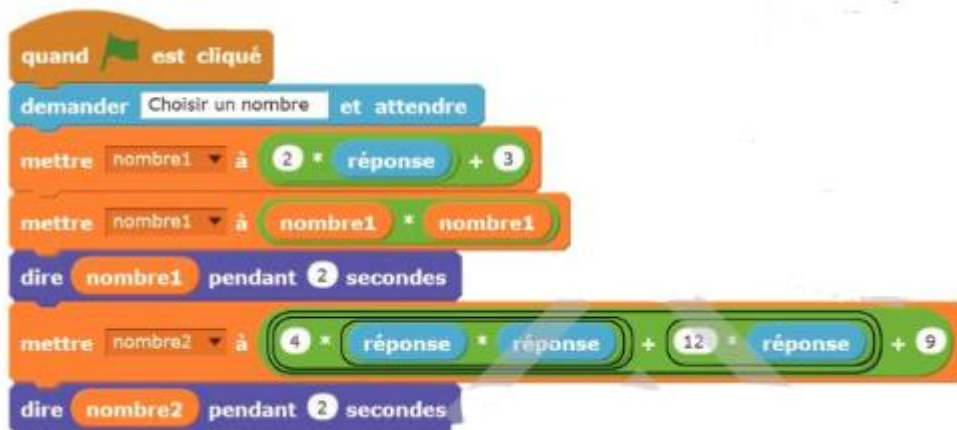
- 1) Sur la touche « a » ?
- 2) Sur la touche « b » ?
- 3) Sur la touche « c » ?



Exercice 4

On considère le script ci-contre.

- 1) Que dit le lutin si le nombre saisi par l'utilisateur est :
 - a) 0 ?
 - b) 3 ?
 - c) -5 ?
- 2) Que remarque-t-on ? Prouver cette conjecture par le calcul.
- 3) Quel nombre l'utilisateur peut-il saisir pour que le lutin dise le nombre 0 ?

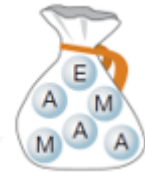


Partie 7 : Probabilités et statistiques

Probabilités

Exercice 1

On tire au hasard une boule de ce sac et on lit la lettre. Les boules sont indiscernables au toucher.



- 1) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule avec la lettre M ?
- 2) Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre E ?
- 3) Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ?

Exercice 2

On tire au hasard une boule dans une urne contenant des boules noires, blanches et rouges.

$$\text{On a : } P(N) = P(\text{obtenir une boule noire}) = \frac{2}{5}$$
$$P(B) = P(\text{obtenir une boule blanche}) = \frac{1}{4}$$

Calculer la probabilité $P(R)$ d'obtenir une boule rouge.

Exercice 3

Une classe de troisième est constituée de 28 élèves.

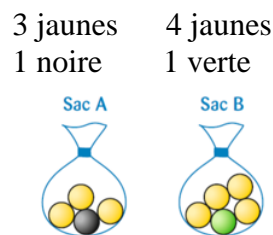
- 1) Recopier et compléter le tableau des effectifs ci-dessous.

| | Filles | Garçons | TOTAL |
|--------|--------|---------|-------|
| 14 ans | | 5 | |
| 15 ans | 6 | | |
| TOTAL | 16 | | 28 |

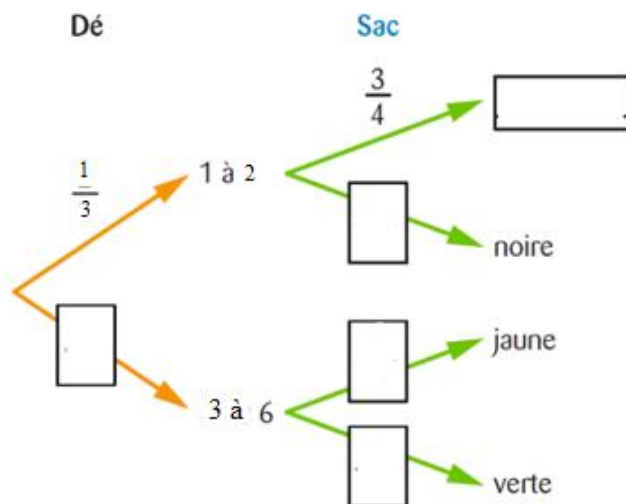
- 2) On prend au hasard un élève de cette classe.
 - a) Calculer la probabilité de sélectionner un élève de 14 ans.
 - b) Calculer la probabilité de sélectionner une fille.
 - c) Calculer la probabilité de sélectionner un garçon de 15 ans.
- 3) On prend au hasard un élève parmi les élèves de 14 ans. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Exercice 4

On lance un dé équilibré à 6 faces. Si l'on obtient un nombre inférieur ou égal à 2, on tire au hasard une boule dans le sac A, sinon on tire une boule dans le sac B.



1) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



- 2) Calculer la probabilité $P(N)$ d'obtenir une boule noire.
- 3) Calculer la probabilité $P(V)$ d'obtenir une boule verte.
- 4) Calculer de deux façons différentes la probabilité $P(J)$ d'obtenir une boule jaune.

Statistiques

Exercice 1

On a demandé à des élèves d'une classe de troisième de noter le nombre d'heures passées sur Internet le dimanche précédent. Voici les réponses relevées :

2 – 5 – 1 – 2 – 3 – 2 – 4 – 0 – 2 – 5 – 3 – 1 – 2 – 0 – 2 – 1 – 3 – 2 – 2 – 1 – 5 – 1 – 1 – 2 – 3

- 1) a) Quelle est la population étudiée ? Quel est l'effectif total ?
b) Quel est le caractère étudié ? Quelles sont les valeurs prises par ce caractère ?

2) Recopier et compléter le tableau suivant :

| Nombre d'heures passées sur internet | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | | | | | | |
| Fréquence (en %) | | | | | | |

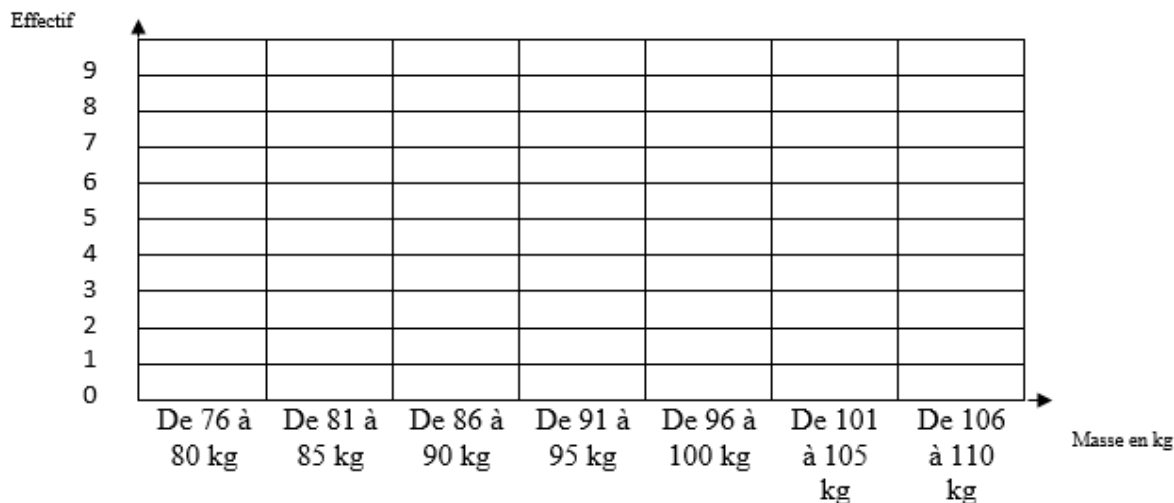
- 3) Déterminer le nombre moyen d'heures passées sur Internet par les élèves, le dimanche précédent.
- 4) Quel pourcentage d'élèves ont passé plus de 2h sur Internet le dimanche précédent ?

Exercice 2

On a relevé, dans le tableau ci-dessous, la masse de chaque joueur d'une équipe de rugby.

| Masse en kg | De 76 à 80 | De 81 à 85 | De 86 à 90 | De 91 à 95 | De 96 à 100 | De 101 à 105 | De 106 à 110 |
|-------------|------------|------------|------------|------------|-------------|--------------|--------------|
| Effectif | 4 | 6 | 9 | 7 | 4 | 3 | 4 |

Construire l'histogramme donnant la répartition des joueurs de l'équipe en fonction de leur masse.



Exercice 3

Déterminer la médiane et l'étendue de chacune des séries de données. Détailler la méthode.

- 1) Série A : 4 – 15 – 5 – 8 – 11 – 9 – 9 – 10 – 8 – 5 – 3
- 2) Série B : 2 – 8 – 4 – 5 – 2 – 9 – 10 – 11 – 15 – 13
- 3) Série C : 5 – 7 – 6 – 6 – 7 – 9 – 8 – 8 – 18 – 7 – 9 – 10 – 14 – 15 – 8 – 19

Exercice 4

Voici le relevé des longueurs des gousses de vanille d'un cultivateur.

| Longueur (en cm) | 12 | 15 | 17 | 22 | 23 | TOTAL |
|------------------|-----|-----|-------|-------|-----|-------|
| Effectifs | 600 | 800 | 1 800 | 1 200 | 600 | 5 000 |

- 1) Calculer la moyenne de cette série.
- 2) Calculer la médiane et l'étendue de cette série.